

ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΦΟΡΤΙΩΝ ΚΑΙ ΡΕΥΜΑΤΩΝ

- 1) Ένα απλό μοντέλο για το άτομο του υδρογόνου είναι το εξής. Στο κέντρο υπάρχει ένα πρωτόνιο με φορτίο $e=1.6 \times 10^{-19} \text{C}$. Γύρω από αυτό βρίσκεται ένα ηλεκτρονικό νέφος με πυκνότητα $\rho(r)=C \exp(-2r/a)$, όπου r είναι η απόσταση από τον πυρήνα, $a=5.3 \times 10^{-11} \text{m}$ είναι η ακτίνα του Bohr και C είναι μια άγνωστη σταθερά. Υπολογίστε το C ώστε το άτομο να είναι ουδέτερο
- 2) Ηλεκτρικό φορτίο είναι καταμεμημένο πάνω σε μια σφαιρική επιφάνεια ακτίνας a με επιφανειακή πυκνότητα $\sigma=\sigma_0 \cos\theta$. Υπολογίστε
 - A) Πόσο είναι το συνολικό φορτίο πάνω στην επιφάνεια
 - B) Πόσο είναι το συνολικό φορτίο στην πάνω ημισφαιρική επιφάνεια
 - Γ) Τη ροπή του φορτίου που ορίζεται ως $\mathbf{p}=\int \mathbf{r} dq$ όπου \mathbf{r} είναι το διάνυσμα θέσης του φορτίου dq από το κέντρο της σφαίρας. Εξαρτάται το αποτέλεσμα από την επιλογή του σημείου αναφοράς $\mathbf{r}=0$;
- 3) Μια ομοαξονική γραμμή μεταφοράς αποτελείται από τον εξωτερικό αγωγό, που έχει τη μορφή κυλινδρικής επιφάνειας ακτίνας a , και από τον εσωτερικό αγωγό, που έχει τη μορφή συμπαγούς κυλίνδρου ακτίνας b . Αν το συνεχές ρεύμα I που κυκλοφορεί στο ομοαξονικό αυτό καλώδιο έχει ομοιόμορφη κατανομή, βρείτε τις πυκνότητες ρεύματος στον εσωτερικό και στον εξωτερικό αγωγό.
- 4) Σταθερό ρεύμα I διαρρέει αγωγό κατά μήκος του θετικού άξονα z με κατεύθυνση προς τα αρνητικά z . Στο επίπεδο $z = 0$ το μισό ρεύμα διαχέεται επιφανειακά πάνω στο επίπεδο $z = 0$ με ακτινικής διεύθυνσης επιφανειακή πυκνότητα ρεύματος K_1 . Το υπόλοιπο μισό ρεύμα συνεχίζει κατά μήκος του άξονα z (με $z < 0$) όπου $I(z) = I_0 e^{-a|z|}$ όπου I_0 άγνωστη σταθερά και a γνωστή σταθερά. Ταυτόχρονα για $z < 0$ υπάρχει και χωρική πυκνότητα ρεύματος J με ακτινική μόνο διεύθυνση. Να βρεθούν οι πυκνότητες ρεύματος K_1 και J και να εκφραστούν διανυσματικά

- 5) Σε ημιάπειρο κύλινδρο ακτίνας a εισέρχεται κατά μήκος του άξονα z στο σημείο $z = 0$ σταθερό ρεύμα I_0 όπως φαίνεται στο σχήμα. Το ρεύμα εισερχόμενο στον κύλινδρο χωρίζεται σε επιμέρους ρεύματα: ένα γραμμικό ρεύμα $I(z) = kI_0 \exp(-\gamma z)$ ($\gamma > 0$), τα επιφανειακά ρεύματα με πυκνότητες $\mathbf{K} = K(r)\mathbf{i}_r$, όπου \mathbf{i}_r είναι το μοναδιαίο ακτινικό διάνυσμα, και $\mathbf{K}_1 = K_1(z)\mathbf{i}_z$, όπου \mathbf{i}_z είναι το μοναδιαίο διάνυσμα κατά τον z , και (3) στον ημίχωρο $r < a, z > 0$, υπάρχει ρεύμα με χωρική πυκνότητα ρεύματος $\mathbf{J}(r,z)$. Οι σταθερές k, I_0 , και γ θεωρούνται γνωστές αλλά οι συναρτήσεις $K(r), K_1(z)$, και $\mathbf{J}(r,z)$ είναι άγνωστες. Βρείτε τα άγνωστα ρεύματα χρησιμοποιώντας τον νόμο διατήρησης φορτίου.